Fonctions sinus et cosinus

Définition (fonction sinus et cosinus)
L'image d'un réel x par la fonction sinus est l'ordonnée du point image de x sur le cercle trigonométrique.
L'image d'un réel x par la fonction cosinus est l'abscisse du point image de x sur le cercle trigonométrique.

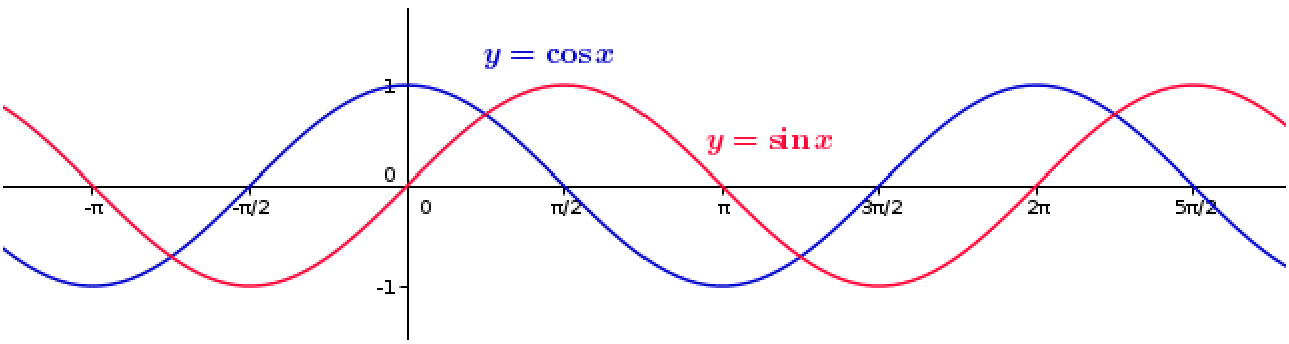
Immédiatement, $-1 \leqslant \cos(x) \leqslant 1$, $-1 \leqslant \sin(x) \leqslant 1$ et surtout $\cos^2(\mathrm{x}) + \sin^2(x) = 1$

Les valeurs particulières à connaitre sont $0, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1$ *(qui s'écrivent* $\frac{\sqrt{0}}{2}, \frac{\sqrt{1}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{4}}{2}$ *!)*

Dérivabilité :
Sinus et cosinus sont des fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$: $sin'(x) = cos(x)$ et $cos'(x) = -sin(x)$
$x \to \cos(u(x))$ se dérive en $x \to u'(x) \times \cos(u(x))$
$x \to \sin(u(x))$ se dérive en $x \to u'(x) \times (-\sin(u(x))$ formule générale $(fou)' = u' \times f'(u)$

Propriété (périodicité, parité, limites)
- Les fonctions sinus et cosinus sont périodiques de période 2π. $\cos(x + 2\pi) = \cos(x)$ idem pour sinus
- Cosinus est paire alors que sinus est impaire. $\cos(-x) = \cos(x)$ et $\sin(-x) = -\sin(x)$
- Ces 2 fonctions n'ont pas de limite en $\pm\infty$.

Construction des courbes, (sur $[0, \pi]$, puis par symétrie sur $[-\pi; \pi]$, puis par périodicité sur $\mathbb{R}$)



Limites à connaitre (obtenue par un taux de variation)

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1 \qquad \lim_{x \to 0} \frac{\cos(x) - 1}{x} = 0$$

Équations trigonométriques

L'équation $cos(x) = cos(a)$ a pour solution $x = a + k2\pi$ et $x = -a + k2\pi$
L'équation $sin(x) = sin(a)$ a pour solution $x = a + k2\pi$ et $x = \pi - a + k2\pi$